

• 試題中的邏輯符號意義如下：(1) “ \neg ” 代表 “not”；(2) “ \wedge ” 代表 “and”；(3) “ \vee ” 代表 “or”；(4) “ \rightarrow ” 代表 “if...then...”；(5) “ $\forall x$ ” 代表 “for all x”；(6) “ $\exists x$ ” 代表 “for some x”。此外，符號 “ \therefore ” 用來表示「所以」。

1. 請將下列的陳述翻譯成邏輯語句 (T= 我們增加稅收；S= 我們消除政府的浪費支出；D= 赤字會降低；N= 有自然災害發生)。
 - (1) 只有在我們增加稅收並且消除政府的浪費支出時，赤字才會降低。(5pt)
 - (2) 縱使我們增加稅收並且消除政府的浪費支出，當有自然災害發生時，赤字仍不會降低。(5pt)

2. 用真值表檢驗下列論證是有效還是無效 (製作完真值表後請簡要說明你的答案)。

(1). 1. $A \rightarrow B$
 2. $\neg(C \wedge B)$
 3. $C / \therefore \neg A$. (10pt)

(2). 1. $L \vee N$
 2. $L \rightarrow \neg R$
 3. $R / \therefore \neg N$. (10pt)

4. 用真值表檢驗下列三個語句是否一致(製作完真值表後請說明你的答案)。

$\neg A \rightarrow B, B \vee C, \neg A \wedge \neg C$ (10pt)

5. 請證明下列為有效論證。

(a)
 1. $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C)$
 2. $D \rightarrow C$
 $\therefore A \rightarrow (D \rightarrow B)$. (10pt)

(b)
 1. $K \rightarrow [(L \vee M) \rightarrow R]$
 2. $(R \vee S) \rightarrow T$
 $/ \therefore \neg K \vee (M \rightarrow T)$. (10pt)

6. 讓 $R(x, y) = x$ 尊敬 y ； $P(x) = x$ 是哲學家； a =張三； b =李四。請將下列陳述翻譯成邏輯語句。

- (a) 最多只有兩個哲學家尊敬張三。(5pt)
- (b) 所有的哲學家，只有李四尊敬張三。(5pt)

7. 請提供反例(counterexamples)來證明下列論證是無效的。

(a) 1. $\exists x (A(x) \vee B(x))$
 2. $\forall x [(A(x) \wedge \neg B(x)) \rightarrow C(x)] / \therefore \exists x C(x)$ (10pt)

(b) 1. $\exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$
 2. $\forall x P(x) \leftrightarrow \forall x R(x) / \therefore \exists x (P(x) \wedge R(x))$ (10pt)

8. 請證明以下的邏輯定理。

$\exists x \{ \{ \exists x [P(x) \rightarrow Q(x)] \leftrightarrow \forall x [P(x) \vee Q(x)] \} \rightarrow [\neg P(x) \rightarrow \exists x Q(x)] \}$ (10pt)